

# LICZBY PIERWSZE

# RESZTA Z DZIELENIA

(podręcznik s. 56)

# Tytułem wstępu

- Podstawowym działaniem jest dodawanie:
- $2+2+2+2+\dots$
- Jego usprawnieniem jest mnożenie
  
- Przeciwnym do dodawania działaniem jest odejmowanie
- Analogicznie „usprawnieniem” odejmowania jest dzielenie.
- Dzielenie może dawać wynik całkowity – gdy liczba jest podzielna.
- Ale może NIE BYĆ PODZIELNA.
- Wtedy albo otrzymujemy wynik będący ułamkiem, ALBO wynik całkowity i RESZTĘ Z DZIELENIA.

Liczba parzysta to liczba podzielna przez 2, czyli reszta z dzielenia tej liczby przez 2 wynosi 0.

- $10:2=5$  reszty 0

- $999992:2=499996$  reszty 0

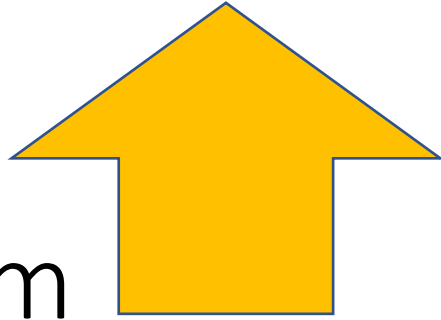
- Liczba 15 nie jest parzysta:

- $15:2=7$  r 1

- Reszta zawsze jest mniejsza od dzielnika

- <https://www.youtube.com/watch?v=W-KwH77wWRE>

Obejrzyj film



The image shows a YouTube video player interface. At the top, the Khan Academy logo is displayed, featuring a tree with a hand as its trunk and the text "KHAN ACADEMY Polski". Below the logo, there are two smaller logos: "Fundacja" (with a stylized "KO" icon) and "edukacja przyszłości" (with a colorful globe icon). The video player itself shows a progress bar at 3:59 / 4:06. Below the player, the video title "Wstęp do dzielenia z resztą" is visible, along with the view count "17 613 wyświetleń" and the date "18 wrz 2014". The interface also includes icons for likes (114), comments (21), share, and save. At the bottom, the channel name "KhanAcademyPoPolsku" is shown, along with buttons for "DOWNLOAD AS:" and "SUBSKRYBUJ".

**Po filmie wróć do kolejnych treści tego pliku**

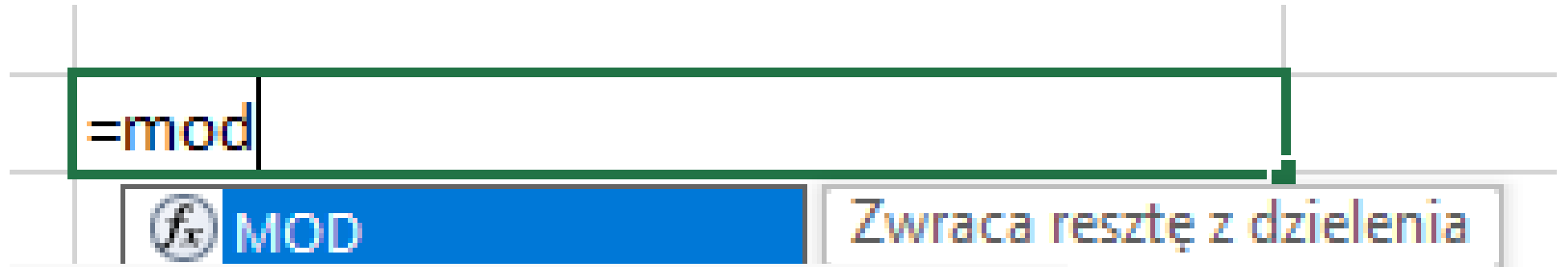
# Dzielenie znasz

- W większości środowisk dzielenie zapisuje się za pomocą ukośnika.
- W wielu środowiskach jest też dzielenie całkowite i **reszta z dzielenia** tj. funkcje/ operatory, których wynikiem jest wynik bez „okruszków”, albo właśnie **wynikiem są same „okruszki” czyli reszta z dzielenia.**

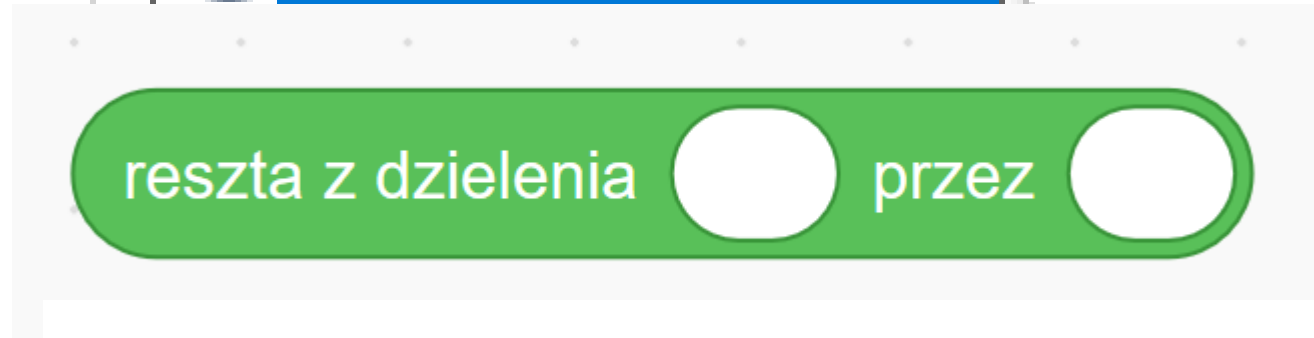
# MODULO

– funkcja zwracająca TYLKO resztę z dzielenia

- Excel:



- Scratch:



- Python:

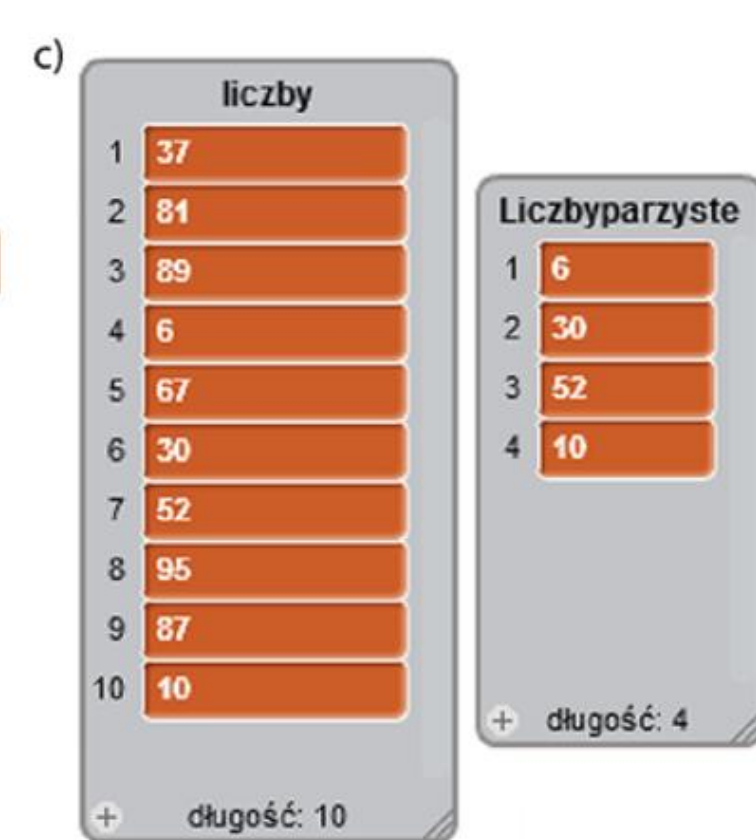
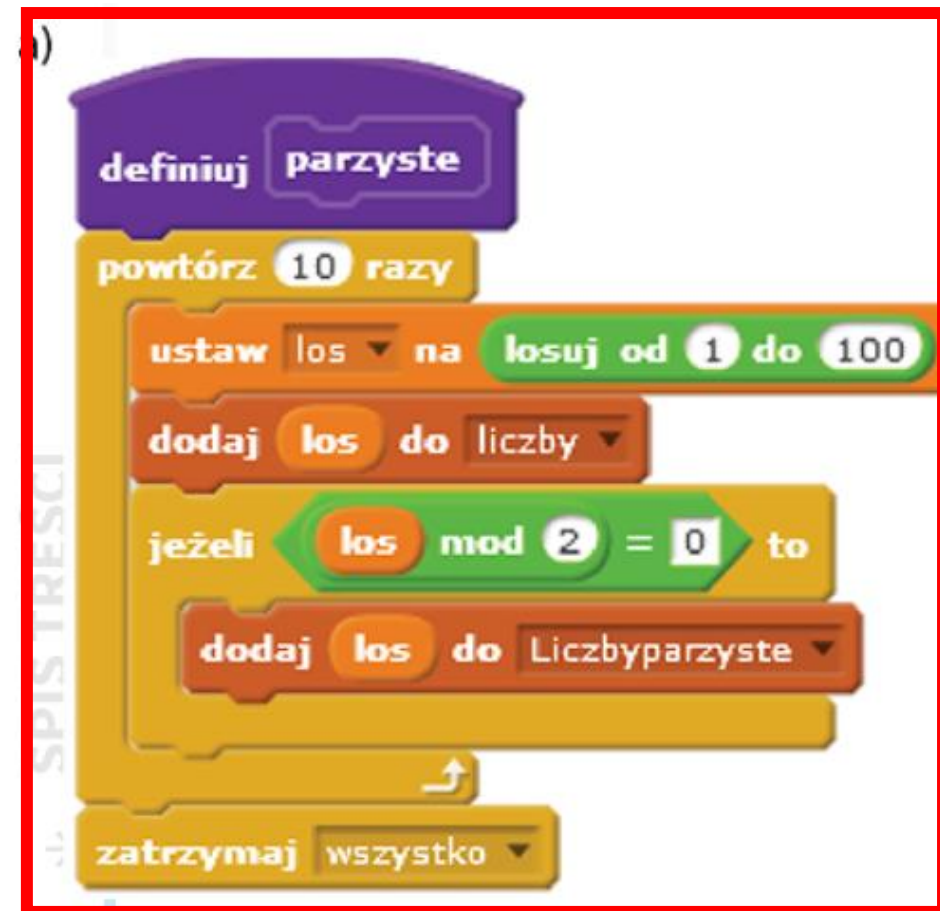
Innym dostępnym operatorem jest modulo (%), który zwraca resztę z dzielenia (dzielnia % dzielnik = reszta).

```
reszta = 11 % 3
```

# Przyjrzyjmy się zastosowaniu **modulo**...

- W projekcie opisanym w podręczniku.
- Ale wcześniej **obejrzyj film** – udostępniony przez WSiP.
- Jest na moim dysku sieciowym.
- <https://drive.google.com/open?id=1V6U08IfKOfNDYoaN4w6amE3easiqLX0a>
- I wróć do dalszych informacji

Funkcja „fioletowa” 10 razy losuje liczbę z zakresu 1-100, dodaje ją do pierwszej listy „liczby”, a gdy sprawdzi, czy wylosowana liczba dzielona przez 2 ma resztę równą 0, dodaje ją także do listy po prawej stronie czyli do „liczb parzystych”



mienie bloku (b) i przykładowy wynik (c)



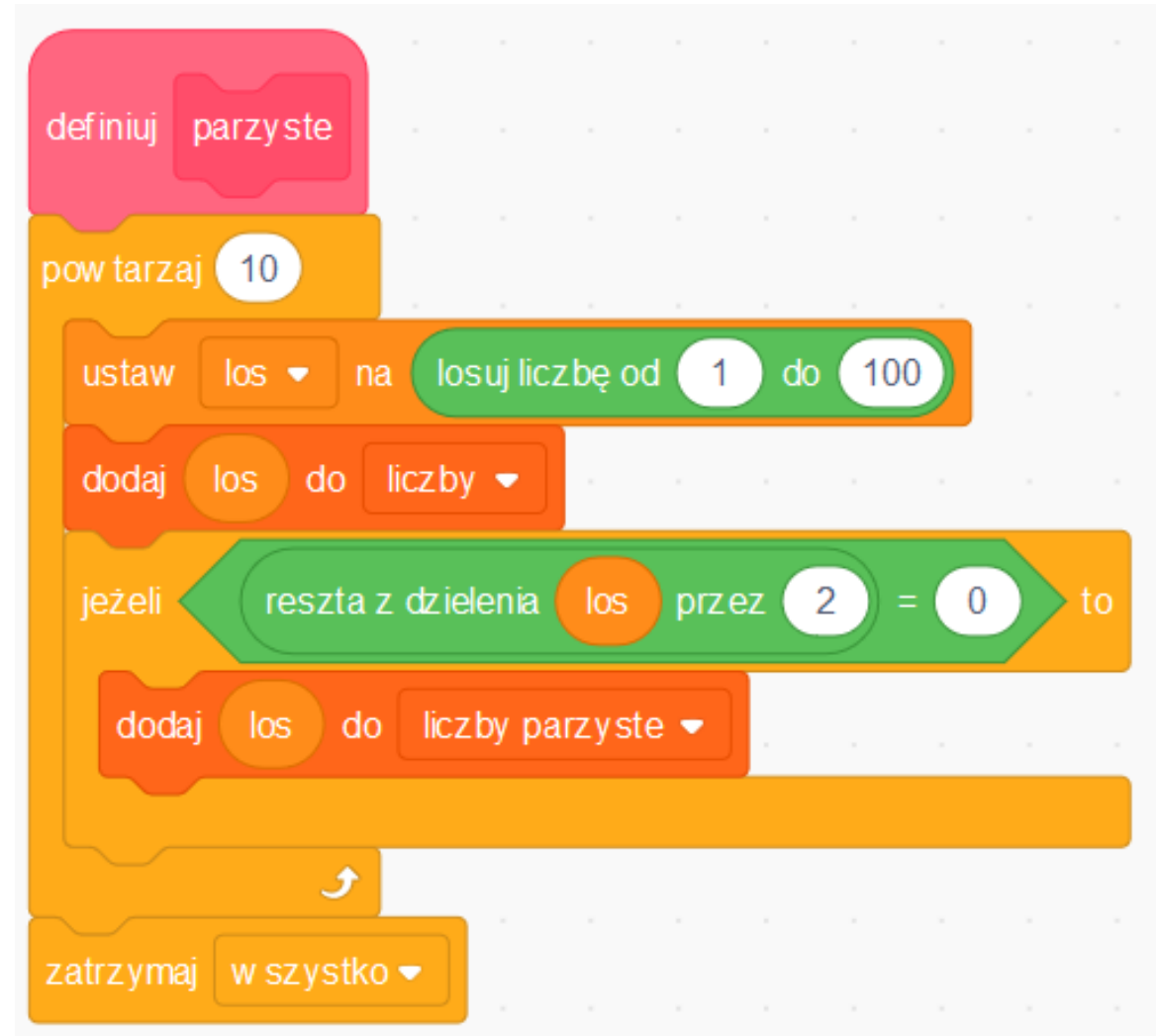
W nowej wersji scratch  
ta sama funkcja będzie wyglądała tak:

Funkcja „malinowa”

10 razy

losuje liczbę z zakresu 1-100, dodaje ją do  
pierwszej listy „liczby”,

a gdy sprawdzi, czy wylosowana liczba  
dzielona przez 2 ma resztę równą 0,  
dodaje ją także do listy po prawej stronie  
czyli do „liczb parzystych”



# Zajmijmy się liczbami pierwszymi

- Modulo przyda się nam...

Już wiesz, co to LICZBY PIERWSZE.

Ale powtórzmy:

- Liczby pierwsze to liczby naturalne większe od 1, które mają tylko **dwa dzielniki**: liczbę 1 i samą siebie.

Pamiętasz, kiedy zatrzymywaliśmy „wyrzucanie” wielokrotności z ciągu liczb?

- **Wyciągaliśmy pierwiastek kwadratowy z ostatniej liczby**

## **Zatrzymanie** działania algorytmu

W tym momencie możemy zakończyć nasze poszukiwania. Algorytm "mówi", że kolejne wykreślenia należy powtarzać nie dalej jak do liczby będącej zaokrąglonym w dół **pierwiastkiem zakresu** (30). Albo inaczej mówiąc ostatnia liczba, której wielokrotności wyrzucamy, ma być mniejsza lub równa pierwiastkowi granicy zakresu. U nas jest to:  $\text{sqrt}(30)=5,4772255\dots$ ,

po zaokrągleniu w dół otrzymujemy 5. Liczby podzielne przez 5 już usunęliśmy, zatem w tabeli zostały już tylko liczby pierwsze.

Zadanie z podręcznika – tylko analizujemy:  
*Zacznij sprawdzanie podzielności wybranej liczby przez 2 i kolejno zwiększaj **dzielnik** o 1*

- Wezmę 34
- $34/2 = 17$       podzielne
- $34/3 = 11 \text{ r } 1$
- $34/4 \dots$

*Z podręcznika:*

*Jak długo trzeba tak sprawdzać?*

- Tak długo, aż warunek **dzielnik \* dzielnik > liczba** będzie prawdziwy.

Dzielnik\*dzielnik czyli dzielnik do kwadratu – jest odpowiednikiem naszego pierwiastka

Dla liczb od 2 do 100

– porównajmy zapis i znaczenie warunku „zatrzymania”

**Pierwiastek ze stu  $\rightarrow \sqrt{100} = 10$**

- Wyrzucaliśmy wielokrotności 2, 3, 5, 7... Kolejna byłaby 11, ale jest większa od 10, więc skończyliśmy na wielokrotnościach 7

**Dzielnik\*dzielnik nie może być większe od 100**

- Gdy wyrzucamy wielokrotności 2 ( $2*2$  jest ok), 3 ( $3*3$  jest ok), 5 ( $5*5$  jest ok – mniejsze od górnej granicy), 7 też OK - wtedy  $7*7=49$  i jest mniejsza od 100
- Kolejną liczbą „wyrzucaną” byłaby 11, a  $11*11=121$ , a ta liczba jest już **za duża**.
- $11*11$  czyli  $121 > 100$
- Zatem tu też kończymy wyrzucać wielokrotności 7 jako ostatnie

**Wniosek:** chodzi o to samo, a różnica dotyczy zapisu – **w scratch nie ma funkcji pierwiastek**

# ZADANIE DLA CIEBIE

## Na 3

- Przepisz ze strony 57 bloki (dwa) i sprawdź, czy znajdujesz liczby pierwsze.

## Na 5

- Wykonaj i **prześlij** zadanie 2 s. 58
- Nim to zrobisz, zastanów się, kiedy liczba jest podzielna przez 3? Gdy ma czy gdy nie ma reszty w trakcie dzielenia?