

# ALGORYTMY ARYTMETYCZNE POKRÓTCE

Przygotowała Marzena Lesińska-Wardawy

# Arytmetyczne algorytmy...

- Do algorytmów zaliczamy działania: dodawanie, odejmowanie, dzielenie, mnożenie, potęgowanie, wyciąganie pierwiastka, znajdowanie liczby przeciwnej, odwrotnej, silni, ustalanie wartości z ciągu Fibonacciego, znajdowanie liczb pierwszych z użyciem sita Eratostenesa, zapisu dot. Odwróconej Notacji Polskiej...
- Algorytm daje jednoznaczny i poprawny wynik, zawsze taki sam przy określonych danych wejściowych ( $2+2$  zawsze da 4) i do wyniku dochodzi najkrótszym sposobem.
- **Niezawodność, jednoznaczność, skończoność – to cechy algorytmów – do zapamiętania.**

# Spis treści – Algorytmy arytmetyczne:

- NWD – algorytm Euklidesa
- Silnia
- Ciąg Fibbonaciego
- Odwrócona Notacja Polska
- Sito Eratostenesa... poświęcę mu osobny plik

# Algorytmy arytmetyczne:

## NWD czyli Algorytm Euklidesa

Największy wspólny dzielnik dla dwóch liczb naturalnych  $n$ ,  $m$  taka największa liczba naturalna  $k$ , że  $n$  oraz  $m$  dzieli się bez reszty przez  $k$ .

Można szukać przez analizę reszty z dzielenia większej z liczb przez mniejszą póki jedna z nich nie zostanie zminimalizowana do jedności.

Inaczej - Dla danych dwóch liczb  $a$  i  $b$  polega on na odejmowaniu od większej mniejszej. Gdy liczby są równe otrzymamy NWD.

$$\max\{a,b\} := \max\{a,b\} - \min\{a,b\}$$

gdzie  $\max\{a,b\}$ ,  $\min\{a,b\}$  oznaczają odpowiednio największy i najmniejszą liczbę ze zbioru  $\{a,b\}$ .

# Na przykładzie (ODEJMOWANIE):

- **DLA LICZB 46 i 8** -analizuje, która jest większa
- Od większej odejmuje mniejszą, bo dla powyższej pary liczb i dla  $46-8=38$  i **8** jest takie same NWD.
- Znow porównuje i od większej odejmuje mniejszą:  $38-8=30$  i **8**,
- $30-8=22$  i **8**,
- $22-8=14$  i **8**,
- $14-8=6$  i **8**,
- **6** i  $8-6=2$ ,
- $6-2=4$  i **2**,
- $4-2=2$  i **2**, liczby są sobie równe, więc **NWD = 2**

# NWD na przykładzie (RESZTA Z DZIELENIA):

- **DLA LICZB 46 i 8** -analizuje, która jest większa
- Większą dzieli przez mniejszą i bada resztę z dzielenia.  
 **$46:8=5r6$**  ->**8 i 6.**
- NWD dla pary liczb **46 i 8** jest taki sam jak dla pary liczb **8 i 6.**
- Znow porównuje i większą dzieli przez mniejszą:
- **$8:6=1r2$**  ->nowa para liczb to **6 i 2**
- **$6:2=3r0$**  ->nowa para liczb to **2 i 0.**
- **Gdy przynajmniej jedna jest równa 0, sumujemy je i otrzymujemy wynik. NWD jest równe 2**

# Algorytmy arytmetyczne: **silnia**

- silnia to iloczyn  $n$  kolejnych liczb naturalnych,
- przy czym dodatkowo zachodzi  $0! = 1$ .
- To funkcja określona dla liczb naturalnych (z zerem),

$$n! = 1 \times 2 \times \dots \times n, \text{ (czyta się "n silnia").}$$

Ponadto  **$0! = 1$**  (z definicji).

- Obliczanie silnie jest sztandarowym przykładem używania rekurencji:

$$n! = n \cdot (n-1)!$$

# Algorytmy arytmetyczne: silnia - PRZYKŁAD

$$5! =$$

$$5 * 4! =$$

$$5 * 4 * 3! =$$

$$5 * 4 * 3 * 2! =$$

$$5 * 4 * 3 * 2 * 1! =$$

$$5 * 4 * 3 * 2 * 1 * 0! =$$

$$5 * 4 * 3 * 2 * 1 * 1 = 120$$



# Algorytmy arytmetyczne: liczby Fibonacciego

## □ Inaczej ciąg Fibonacciego

To liczby naturalne tworzące ciąg o takiej własności, że kolejny wyraz (**z wyjątkiem dwóch pierwszych**) jest sumą dwóch poprzednich (tj. **1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...**).

Łatwo obliczyć, że:

$$f(3)=f(1)+f(2)=1+1=2$$

$$f(4)=f(2)+f(3)=1+2=3$$

$$f(5)=f(3)+f(4)=2+3=5 \quad \text{itd....}$$

Wyraża się rekurencyjnym wzorem:

$$f(n)=f(n-2)+f(n-1), \text{ gdy } f(1)=1 \text{ oraz } f(2)=1.$$

# Algorytmy arytmetyczne: Odwrotna Notacja Polska

- Odwrotna notacja polska, ONP, notacja polska (reverse Polish notation), system notacji beznawiasowej umożliwiający zapisywanie wyrażeń w ten sposób, że argumenty operacji poprzedzają operatory (notacja przyrostkowa). Notacja ta, wprowadzona do logiki przez **Jana Łukasiewicza**, okazała się niezwykle przydatna do realizacji translatorów, które budują na stosie reprezentację tłumaczonych wyrażeń w ONP.
- Przykład: wyrażenie  $(a+b) / c * (d - e)$  przełożone na ONP przyjmuje postać: **ab+c/de-\***.
- ONP wykorzystywana jest w programowaniu ogólnym (np. kalkulatory tak działają) i programowaniu **językiem Logo Komeniusz**. W języku potocznym mówili **coś lub coś innego**. W ONP zapisujemy: **lub coś coś innego**
- **LUB :X>6 :Y>6**

# Źródła:

„**Algorytmy**” – Maciej M. Sysło. WSiP, Warszawa 1997.  
(dostępna w Bibliotece szkolnej)

Oraz strony:

- [http://free.polbox.pl/f/flasher/eh\\_cieka.html](http://free.polbox.pl/f/flasher/eh_cieka.html)
- [http://encyklopedia.pwn.pl/20172\\_1.html](http://encyklopedia.pwn.pl/20172_1.html)
- <http://www.algorytm.cad.pl/Algorithms/61-70/algorithm67.html>
- <http://www.i-lo.tarnow.pl/edu/inf/alg/primes/pages/007.htm>
- <http://ux1.math.us.edu.pl/~szyjewski/FAQ/liczby/pierwsze.htm>
- <http://www.wszpwn.com.pl/files/programy-komp/sito/er-lic-p.htm>
- <http://portalwiedzy.onet.pl/89071,haslo.html>



**Dziękuję za uwagę**